

Линейная алгебра

1. Чему равны ранги матриц (обоснуйте): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$ Приведите какой-нибудь базис подпространства столбцов в каждом случае.
2. Какой знак у собственных чисел матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ и почему? Проверьте, является ли вектор $(1, 1)^T$ ее собственным вектором.
3. Пусть A — вектор размерности M , B — матрица размера $M \times N$. Какие из следующих выражений имеют смысл: AB , BA , $A^T B$, BA^T , AB^T , $B^T A$?
4. Пусть $P_1, P_2 \in \mathbb{R}^L$, $Q_1, Q_2 \in \mathbb{R}^K$, $A = P_1 Q_1^T$, $B = P_2 Q_2^T$. Докажите, что если скалярное произведение (P_1, P_2) равно нулю, то $B^T A$ — нулевая матрица.
5. На каком значении a достигается минимум $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$?

Мат.анализ

1. $\int_0^{\infty} e^{-\lambda x} dx = ?$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = ?$
3. Разложите в ряд Тейлора в точке 0 функции $\sin(x)$ и $\cos(x)$.

Теория вероятностей

1. Пусть случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[0, a]$. Чему равны ее математическое ожидание и дисперсия?
2. Пусть у случайной величины ξ мат.ож равно 1, дисперсия равна 2, а у случайной величины η мат.ож равно -1, дисперсия равна 3. Чему равны математическое ожидание и дисперсия случайной величины $2\xi - \eta$, если они независимы?
3. Напишите, как выглядит плотность нормального распределения $N(a, \sigma^2)$.
4. Что больше, $\mathbb{E}\xi^2$ или $(\mathbb{E}\xi)^2$?
5. Что такое медиана, квантили, квартили? Пусть медиана ξ равна 3. Чему равна медиана ξ^3 ?