

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Математико-механический факультет

Принято на заседании кафедры  
статистического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

протокол от 19.05.2009 № 5  
Зав. кафедрой

Декан факультета

\_\_\_\_\_ С.М.Ермаков

\_\_\_\_\_ Г.А. Леонов

**ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Численные методы Монте-Карло»**  
специальность – 010501 «Прикладная математика и информатика»

Санкт – Петербург  
2009 г.

1. **Цель изучения дисциплины:** Освоение студентами методов математического моделирования Развитие у студентов умения корректно ставить и решать прикладные задачи математическими методами.
2. **Задачи курса:** Изучение основных принципов численного моделирования. Освоение основных методов имитационного моделирования случайных величин и стохастических процессов. Использование методов Монте-Карло для вычисления интегралов, решения систем линейных уравнений и решения интегральных уравнений. Выработка умения работать со специалистами смежных и прикладных областей.
3. **Место курса в профессиональной подготовке выпускника:**  
Дисциплина “Численные методы Монте-Карло” является базовой в подготовке специалистов к решению широкого круга прикладных задач.
4. **Требования к уровню освоения дисциплины - “Численные методы Монте-Карло”**
  - знать содержание дисциплины “ Численные методы Монте-Карло ” и иметь достаточно полное представление о возможностях применения ее разделов в различных прикладных областях науки и техники;
  - уметь применять методы математического моделирования для решения широкого круга прикладных задач.

**5. Объем дисциплины, виды учебной работы, форма текущего промежуточного и итогового контроля**

Всего аудиторных занятий	66 часов
из них: - лекций	66 часов
- практические занятия	0 часов

<b>Изучение дисциплины по семестрам:</b>
6 семестр: лекции - 32ч.
7 семестр: лекции - 34ч., экзамен

**6. Содержание дисциплины**

**6.1. Содержание разделов дисциплин и виды занятий**

**6-й семестр (32 часа)**

**I. Введение (2 ч. лекций)**

Примеры математических задач, при решении которых используется метод Монте-Карло.

**II. Моделирование случайных величин и процессов (30 ч. лекций).**

**1. Способы моделирования случайных величин с заданным законом распределения. (8 ч. лекций).**

Моделирование методом обратных функций. Моделирование порядковых статистик. Моделирование многомерных случайных величин. Моделирование n-мерной непрерывной случайной точки с произвольными координатами. Использование замены переменных. Использование полярных координат. Моделирование нормального распределения.

**2. Метод суперпозиции. (4 ч. лекций).**

Моделирование методом дискретной суперпозиции. Модифицированный метод суперпозиции. Метод интегральной суперпозиции. Метод суперпозиции для составных плотностей. Вычислительная эффективность различных методов.

**3. Метод отбора.** (4 ч. лекций).

Моделирование усеченных распределений. Метод Неймана. Метод исключения. Выбор равномерно распределенных точек в сложных областях. Эффективность методов.

**4. Моделирование случайных векторов.** (3 ч. лекций).

Моделирование вектора с независимыми компонентами. Моделирование нормального вектора с зависимыми компонентами. Моделирование изотропного вектора.

**5. Моделирование гамма и бета-распределений.** (3 ч. лекций).

Моделирование гамма – распределения с целым и полу-целым параметром и методом исключения при произвольных параметрах. Моделирование бета – распределения при целых параметрах и методом исключения при произвольных параметрах.

**6. Специальные методы моделирования распределений.** (3 ч. лекций).

Биномиальное распределение. Моделирование пуассоновского распределения методом обратных функций и через связь с показательным распределением. Геометрическое распределение. Отрицательно – биномиальное распределение. Табличный метод моделирования случайных величин. Приближенное моделирование нормального распределения.

**7. Случайные процессы и их моделирование.** (5 ч. лекций).

Определения случайных процессов. Свойства корреляционных функций. Оценка выборочных корреляций. Моделирование случайных процессов на основе канонического разложения. Примеры: процесс броуновского движения, марковский гауссовский стационарный процесс. Моделирование стационарного гауссовского процесса с конечным спектром. Моделирование рандомизированной модели. Условное распределение зависимых гауссовских векторов. Моделирование векторного марковского гауссовского процесса. Моделирование пуассоновского процесса. Моделирование стационарных гауссовских процессов скользящего суммирования и авторегрессии.

**7-й семестр (34 часа)**

**III. Численные методы при решении задач методом Монте-Карло.**

**1. Введение** (2 ч. лекций).

**2. Численное интегрирование** (14 ч. лекций).

Стандартный алгоритм, его погрешности и трудоемкость. Выделение главной части. Метод существенной выборки. Понижение порядка интегрирования. Расслоенная выборка. Симметризация подинтегральной функции. Использование зависимых переменных.

**3. Цепи Маркова с произвольным пространством состояний.** (16 ч. лекций).

Моделирование цепи Маркова. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение интегральных уравнений методом Монте-Карло.

**4. Простейшие задачи переноса излучений.** (2 ч. лекций).

## **6.2 Лабораторный практикум**

- не предусмотрен учебным планом

## **6.3. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы**

- не предусмотрен учебным планом

## **6.4 Темы курсовых работ (выборочно)**

- не предусмотрен учебным планом

**6.5 Темы рефератов** – для данной дисциплины не предусмотрены учебным планом.

## **6.6 Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу**

### **6-й семестр**

- Моделирование случайных величин методом обратных функций.
- Моделирование порядковых статистик.
- Моделирование многомерных случайных величин.
- Моделирование n-мерной непрерывной случайной точки с произвольными координатами.
- Использование замены переменных. Использование полярных координат.
- Моделирование нормального распределения.
- Моделирование методом дискретной суперпозиции.
- Модифицированный метод суперпозиции.
- Метод интегральной суперпозиции.
- Метод суперпозиции для составных плотностей.
- Моделирование усеченных распределений.
- Метод Неймана.
- Метод исключения.
- Выбор равномерно распределенных точек в сложных областях.
- Моделирование нормального вектора с зависимыми компонентами.
- Моделирование изотропного вектора.
- Моделирование гамма – распределения с целым и полу – целым параметром .
- Моделирование гамма – распределения методом исключения при произвольных параметрах.
- Моделирование бета – распределения при целых параметрах и методом исключения при произвольных параметрах.
- Биномиальное распределение.
- Моделирование пуассоновского распределения методом обратных функций и через связь с показательным распределением.
- Геометрическое распределение.
- Отрицательно – биномиальное распределение.
- Табличный метод моделирования случайных величин.
- Приближенное моделирование нормального распределения.
- Определения случайных процессов. Свойства корреляционных функций. Оценка выборочных корреляций.
- Моделирование случайных процессов на основе канонического разложения.
- Примеры: процесс броуновского движения, марковский гауссовский стационарный процесс.
- Моделирование процесса Пуассона.
- Моделирование стационарного гауссовского процесса с конечным спектром.
- Моделирование рандомизированной модели.
- Условное распределение зависимых гауссовских векторов.

- Моделирование векторного марковского гауссовского процесса.
- Моделирование двухмерного стационарного марковского процесса.
- Моделирование стационарного гауссовского процесса скользящего суммирования.
- Моделирование стационарного гауссовского процесса авторегрессии.

### 7-й семестр

- Стандартный алгоритм численного интегрирования, его погрешности и трудоемкость.
- Выделение главной части.
- Метод существенной выборки.
- Понижение порядка интегрирования.
- Расслоенная выборка. Минимизация дисперсии.
- Симметризация подынтегральной функции.
- Использование зависимых переменных.
- Моделирование цепи Маркова.
- Решение систем линейных алгебраических уравнений.
- Решение интегральных уравнений методом Монте-Карло.
- Дисперсии оценок и способы их уменьшения.
- Простейшие задачи переноса излучений.

### 7. Технические средства обучения и математическое обеспечение

В данном курсе, как правило, не используются

### 8. Активные методы обучения

В данном курсе, как правило, применяются классические аудиторские методы.

### 9. Материальное обеспечение дисциплины

Требуется стандартное оборудование лекционных аудиторий.

### 10. Литература

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. Москва. Наука, 1982.
2. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. Москва. Наука, 1970.
3. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численное статистическое моделирование. Москва. Изд. центр "Академия", 2006.

Составитель:

доцент, канд. физ.-мат. наук \_\_\_\_\_ Т.М.Товстик

Рецензент:

доцент, канд. физ.-мат. наук \_\_\_\_\_ А.Ф.Сизова